

TEMA IX: DISTRIBUCIÓN NOTÁBEIS CONTÍNUAS

- distribución Uniforme
- distribución Exponencial
- distribución Normal

▪ **Distribución UNIFORME** é a que segue unha v.a. contínua nun intervalo [a,b] con probabilidade constante.

función de densidade $f(x)=1/(b-a)$ se $x \in [a,b]$, 0 en caso contrario; función contínua en $[a,b]$

média $\mu=(a+b)/2$ $E(x)= \int_a^b xf(x)dx$

varianza $\sigma^2=(b-a)^2/12$ $Var(x)=Ex^2-(Ex)^2$
parámetros a, b

$u \in U(0,1)$ e $x \in U(a,b) \Rightarrow x=a+u(b-a)$

▪ **Distribución EXPOÑENCIAL** é a que segue unha v.a. contínua considerada nun proceso de Poisson como $x=$ "tempo transcurrido entre ocorrencia de dous sucesos consecutivos"

2 hipóteses de Poisson: $\lambda=$ promedio nº sucesos nun intervalo de tempo; e proceso non tén memoria

función de densidade $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ se $x \in (0,\infty)$, 0 en caso contrario; función contínua en $(0,\infty)$

média $\mu=1/\lambda$ $E(x)= \int_0^\infty xf(x)dx$

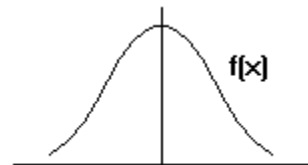
varianza $\sigma^2=1/\lambda^2$ $Var(x)=Ex^2-(Ex)^2$
parámetros λ

a distribución exponencial é o equivalente contínuo da distribución xeométrica

▪ **Distribución NORMAL** é a que segue unha v.a. cúa función de densidade é:

$f(x)=1/\sqrt{2\pi\sigma^2} \cdot \exp \{-1/2 \cdot (\frac{x-\mu}{\sigma})^2\}$ contínua en $(-\infty,+\infty)$ $x \in \mathbb{R}$

parámetros μ, σ^2



campana gaussiana (simétrica)

A distribución normal tipificada ou estándar é a $N(0,1)$ en xeral $N(\mu,\sigma)$:

média $\mu= \int xf(x)dx$
varianza $\sigma^2= \int (x-\mu)^2 f(x)dx$

Taxa de fallo $\lambda(t) = P(t \leq x \leq t + \Delta t / x > t) = P(t \leq x \leq t + \Delta t) / P(x > t)$

$$x = \text{duración do aparato} = \frac{\Delta t \cdot f(t)}{1 - F(t)} \quad (\Delta t \rightarrow \infty); \text{ taxa de fallos} = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$$

un caso particular é a expoñencial $\lambda(t) = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{1 - (1 - e^{-\lambda t})} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda = \text{constante}$

frecuentemente $\lambda(t) = ht^{c-1}$ con h e c constantes

$0 < c < 1$: aumento t \Rightarrow diminución $\lambda(t)$

$c = 1 \Rightarrow$ constante (expoñencial)

$c > 1 \Rightarrow \lambda(t)$ medra; x segue distribución de WIBULL

con función de densidade $f(x) = hx^{c-1} \cdot \exp\{-h/(cx^c)\}$ se $x \geq 0$; $f(x) = h \cdot \exp\{-hx\}$ se $c = 1$

Teorema Central do Límite

indica que a suma dun grande número de v.a. independentes segue aproximadamente á Normal

Sexan x_1, x_2, \dots, x_n unha sucesión de v.a. independentes con média $\underline{\mu}$ e varianza $\underline{\sigma}^2$ e distribución calquera (non necesariamente a mesma), chamamos $\underline{S}_n = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ con média $\underline{E(S_n)} = \underline{\mu} + \underline{\mu} + \dots + \underline{\mu}$ e varianza $\underline{Var(S_n)} = \underline{\sigma}^2 + \underline{\sigma}^2 + \dots + \underline{\sigma}^2$ (por ser-en independentes).

Entón S_n distribúe-se aproximadamente como unha Normal:

$$S_n \in N \left(\sum_{i=1}^n \mu_i, \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2} \right)$$

ou $\frac{S_n - E(S_n)}{\sqrt{Var(S_n)}} \in N(0,1)$

Os resultados dun experimento debido a un conxunto moi grande de causas independentes, individualmente insignificantes, seguen unha distribución normal (ex. erros en medida, por iso á TCL tamén se lle chama *lei dos erros*)

Relación Binomial ~Poisson~Normal

(discreta, discreta, contínua)

Poisson/Binomial Poisson=límite da Binomial cando $n \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$, $np = \lambda$ constante
na práctica: cando $np = \lambda > 1$ e $p < 0.1$

Binomial/Normal B(n,p) aproxima-se por $N(np, \sqrt{npq})$ se $n > 30$, $npq > 5$
como a binomial é discreta: $P(a \leq x \leq b)$ con x binomial =
= $P(a - 0.5 \leq z \leq a + 0.5)$ con z normal

Poisson/Normal Polo TCL
Na práctica, cando $\lambda > 5$ se $y \in P(\lambda) \Rightarrow (y - \lambda) / \sqrt{\lambda} \in N(0,1)$

Binomial $B(n,p)$

$$P(x=i) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

discreta

$Y \in B(n,p)$

$n > 30$

$npq > 5$

$$\frac{(Y-np)}{\sqrt{npq}} \in N(0,1)$$



usar P en vez de B se

$np = \lambda > 1$ e $p < 0.1$

Poisson $P(\lambda)$

$$P(x=i) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^i}{i!}$$

discreta

$Y \in P(\lambda)$

$\lambda > 5$

$Y - \lambda$

$\frac{Y - \lambda}{\sqrt{Y}} \in N(0,1)$



Normal $N(\mu, \sigma)$

$\mu = np$ $\sigma^2 = npq$

contínua

$\mu = \lambda$ $\sigma^2 = \lambda$

N en vez de B se N en vez de P se

Propriedade de Aditividade para a Binomial, Poisson, Normal

B)

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \in B(n_1,p) \text{ obsérvan-se } n_1 \text{ individuos} \\ x_2 \in B(n_2,p) \text{ obsérvan-se } n_2 \text{ individuos} \end{array} \right\} x_1 + x_2 \in B(n_1+n_2,p)$$

x_1, x_2 son independentes; non hai relación entre os n_1 e os n_2 individuos

P)

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \in P(\lambda_1) \lambda_1 \text{ persoas entran porta A por promédio} \\ x_2 \in P(\lambda_2) \lambda_2 \text{ persoas entran porta B por promédio} \end{array} \right\} x_1 + x_2 \in P(\lambda_1 + \lambda_2)$$

x_1, x_2 son independentes $\lambda_1 + \lambda_2$ entran portas A e B por promédio

N)

$x_i \in N(\mu_i, \sigma_i)$ $i = 1, 2, \dots, n$ x_i independentes e $b, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R} \Rightarrow b + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n$ é unha v.a. normal de média $b + a_1 \mu_1 + a_2 \mu_2 + \dots + a_n \mu_n$ e desviación típica $\sqrt{(a_1 \sigma_1^2 + a_2 \sigma_2^2 + \dots + a_n \sigma_n^2)}$

Distribuições associadas á Normal

- 1) Chi Cuadrado X^2 de Pearson
- 2) F de Fisher
- 3) S de Student

▪ **Distribución CHI CUADRADO X^2 de Pearson**

Parámetros: $n \in \mathbb{N}$ "graus de liberdade"

$$\left. \begin{array}{l} x_1, x_2, \dots, x_n \\ x_i \in N(0,1) \\ \text{independentes} \end{array} \right\} \Rightarrow y = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \in X_n^2 \approx N \left\{ \begin{array}{l} E(X_n^2) = n \\ \text{Var}(X_n^2) = 2n \end{array} \right.$$

↑
TCL

▪ **Distribución F de FISHER**

$$X_n^2, X_m^2 \Rightarrow F_{n,m} = \frac{X_n^2/n}{X_m^2/m} = \frac{(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)/n}{(y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_m^2)/m}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{média} = m/(m-2) \\ 2m^2(n-m-2) \\ \text{var} = \frac{2m^2(n-m-2)}{n(m-2)^2(m-4)} \end{array} \right.$$

$(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) > 0$
 $n \in \mathbb{R}$
 $(y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_m^2) > 0$
 $m \in \mathbb{R}$

▪ **Distribución S de STUDENT**

$x \approx N(0,1)$
 $y \approx X_n^2$
 x, y independentes
Parámetros: n

$$t = \frac{x}{\sqrt{y/n}}$$

$E(t_n) = 0$
 $\text{Var}(t_n) = n/(n-2)$
(campana simétrica)

$n \rightarrow \infty \Rightarrow t \approx \text{Normal}$
 $n = 100 \Rightarrow t \approx \text{Normal}$

▪ Exercício Se t é unha variábel t de Student con n graus de liberdade, cal sería a distribución da variábel t^2 ?

$$x \sim N(0,1) \Rightarrow x^2 \sim X_1^2$$

$$t^2 = (x^2/1) / (y/n) \sim X_1^2 / X_n^2 \sim F_{1,n}$$

▪ Exercício Sexan (x_1, \dots, x_n) mostras aleatórias simples $x_i \sim N(0,1)$. Calcular a distribución da variábel $x_1 \cdot \hat{\theta} [n / (\sum x_i^2)]$

$$\sum x_i^2 = X_n^2$$

$$x_1 \cdot \sqrt{[n / (\sum x_i^2)]} = x_1 \cdot \sqrt{n} / \sqrt{(\sum x_i^2)} = x_1 / [\sqrt{(\sum x_i^2)} / \sqrt{n}] = x_1 / \sqrt{[(\sum x_i^2) / n]} \sim t_n$$

▪ Exercício Se (x_1, \dots, x_n) mostra aleatória simple de $N(0, \sigma)$. Demostrar que:

$$\frac{\sum_{i=1}^5 x_i^2}{\sum_{i=6}^{10} x_i^2} \sim F_{1,5} \quad F_{1,5} = x/(y/5) \text{ con } x \sim X_1^2 \text{ e } y \sim X_5^2 \quad x_i \sim N(0, \sigma) \Rightarrow x_i/\sigma \sim N(0,1)$$

$$\sum_{i=6}^{10} x_i^2 / \sigma^2 = 1/\sigma^2 \sum_{i=6}^{10} x_i^2 \sim X_5^2 \leftarrow n^\circ \text{variáveis: } 10-6+1$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i \sim N(0, \sqrt{5} \cdot \sigma) \Rightarrow \sum_{i=1}^5 x_i / (\sqrt{5} \cdot \sigma) \sim N(0,1) \Rightarrow 1/(5 \cdot \sigma^2) (\sum_{i=1}^5 x_i)^2 \sim X_1^2$$

$$X_1^2 / X_5^2 \sim F_{1,5}$$

- Exercicio Comprobou-se que a vida de certos elementos químicos segue unha distribución expoñencial con média de oito meses. Calcular:
 - a) a probabilidade de que un elemento viva entre 3 e 12 meses.
 - b) o percentil 0.95 da distribución.
 - c) a probabilidade de que un elemento que xa durou mais de 10 meses viva 15 meses mais.

función de densidade $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ se $x \in (0, \infty)$, 0 en caso contrario

média $\mu=1/\lambda$ $E(x)=\int_0^{\infty} xf(x)dx$

varianza $\sigma^2=1/\lambda^2$ $Var(x)=E(x^2)-(E(x))^2$

- a) x =número de meses que vive o elemento
 calcular a área baixo a curva expoñencial entre 3 e 12:

$$P(3 < x < 12) = \int_3^{12} 1/8 \cdot e^{-1/8x} dx = 1/8 \cdot [-8 \cdot e^{-1/8x}]_3^{12} = 0.4641591$$

- b) a área baixo a curva expoñencial entre 0 e t é 0.95; calcular t :

$$P(t < x) = 0.95 = \int_0^t 1/8 \cdot e^{-1/8x} dx = 1/8 \cdot [-8 \cdot e^{-1/8x}]_0^t = e^{-0} - e^{-t/8} = 1 - 1/(e^{t/8}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln 0.05 = \ln(1/(e^{t/8})) \Leftrightarrow \ln 0.05 = \ln(1) - t/8 \cdot \ln(e)$$

$$\Leftrightarrow 2.9957323 = t/8 \Leftrightarrow t = 23.965858$$

- c) $F(x) = 1 - e^{-1/8x}$

$$P(x > 25/x > 10) = P(x > 15) = 1 - P(x < 15) = 1 - F(15) = 0.1533549$$

Distribución Expoñencial compre as dúas hipóteses de Poisson: λ =promedio nº sucesos nun intervalo de tempo; e o proceso non téñ memoria

- Exercicio [IX.1] Supoñamos un computador que contén catro circuítos impresos. Sexa p_i a probabilidade de que un computador enviado a reparar necesite i circuítos novos. Sábe-se que $p_1=1/2$; $p_2=1/4$; $p_3=p_4=1/8$. Envíanse 10.000 unidades a reparar cada ano. Cal é a probabilidade de necesitar mais de 18.875 circuítos?

número de circuítos estropeados = $x_1 + \dots + x_{10.000}$

onde x_i ="número de circuítos estropeados no i -ésimo computador"

temos unha variábel formada pola suma de 10.000 variábeis: $y = \sum_{i=1}^{10.000} x_i$
 e preguntan-nos $P(y \geq 18.875)$

y ="número de circuítos estropeados"

Non é unha distribución binomial porque non se conta $x_i=1$ éxito, $x_i=0$ fracaso.

Cómpren-se as dúas hipóteses do TCL

- [1] unha variábel formada pola suma de variábeis de media e varianza calculábeis
- [2] as variábeis son independentes

[2]
 por concepto
 [1]
 aplicamos o TCL

$$z = \frac{x - \sum_{i=1}^{10.000} \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{10.000} \sigma_i^2}} \approx N(0,1)$$

média $E(x) = \mu = \sum_{i=1}^4 x_i p_i = 1/2 + 2/4 + 3/8 + 4/8 = 15/8 = 1.875$

varianza $\sigma^2 = E(x^2) - E(x)^2 = \sum_{i=1}^4 x_i^2 p_i - 1.875^2 = 1/2 + 4/4 + 9/8 + 16/8 - 1.875^2 = 1.1093$

desv. tip. $= \sqrt{1.1093} = 1.0532$

$$z = \frac{x - (1.875 \cdot 10,000)}{105.32}$$

$P(y \geq 18,875) = P(z > (18,875 - 18,750) / 105.32) = P(z > 1.1869) = 0.119$

↑
 fotocopias p.336 1,1; 0.08 ⇒ 0,8810 ⇒ 1 - 0,8810

▪ Exercicio [IX.2] A dimensión principal de certas pezas ten unha distribución normal $N(150, 0.4)$ e o intervalo de tolerancia é $(149.2, 150.4)$. Píde-se, se se toman 50 pezas, calcular:

- a) a proporción de defectuosos resultantes
- b) a probabilidade de que 44 estexan comprendidos en dito intervalo

a)
 $P(\text{defectuoso}) = 1 - P(\text{non defectuoso})$
 $P(\text{non defectuoso}) = P(149.2 < x < 150.4) = P((149.2 - 150) / 0.4 < z < (150.4 - 150) / 0.4) =$
 $= P(-2 < z < 1) = F(1) - (1 - F(2)) = F(1) - 1 + F(2) = 0.8413 - 1 + 0.97725 = 0.81855$

↑
 táboas p.336

$P(\text{defectuoso}) = 0.18145$

b)
 $x = n^\circ$ de pezas aceptábeis $\in B(n, p) = B(50, 0.18145)$

de xeito exacto:

$P(x=44) = \binom{50}{44} \cdot 0.18145^{44} \cdot 0.81855^6 = 0.0847$

de xeito aproximado:

$n = 50 > 30$
 $npq = 7.426 > 5$
 ↓

Normal $N(np, \sqrt{npq}) \approx N(40.9275, 2.725)$

$P(x=44) = P(43.5 < x < 44.5) = P((43.5 - 40.9275) / 2.725 < z < (44.5 - 40.9275) / 2.725) =$
 $= P(0.944 < z < 1.31) = F(1.31) - F(0.94) = 0.90490 - 0.8264 = 0.0785$

↑

fotocopias p.336

▪ **Exercicio [IX.3]** *Unha compañía aérea observa que, en promédio, o 12% das prazas reservadas non se cobren, decide aceptar reservas por un 10% mais de prazas dispoñíbeis en avións de 450 prazas. Calcular a proporción de voos en que algún pasaxeiro con reserva queda sen praza.*

$x = \text{"nº de pasaxeiros (con reserva) que voan"} \quad x \in B(495, 0.88)$
 $y = \text{"nº de pasaxeiros (con reserva) que non voan"} \quad y \in B(495, 0.12)$

Tendo a probabilidade particular p de que un individuo cumpra unha característica, contamos o número de individuos que a compren, por iso é unha distribución binomial. Como a binomial nos dá $P(x=i)$ e temos que calcular $P(x>i)$ temos que aproximar pola normal.

<p>Binomial $B(n, p)$ $P(x=i) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$ <i>discreta</i></p>	\downarrow N en vez de B se
<p>$y \in B(n, p)$ $n > 30$ $npq > 5$</p>	
<p>$(y-np) / \sqrt{npq}$ $\in N(0, 1)$</p>	
<p>Normal $N(\mu, \sigma)$ $\mu = np \quad \sigma^2 = npq$ <i>contínua</i></p>	

$n=495 > 30$ e $npq=52.272 > 5$
 $y=59.4$
 $y \in B(495, 0.12) \Rightarrow \frac{y-59.4}{7.2299378} \in N(0, 1)$

$P(\text{algún pasaxeiro quede sen praza}) = P(x \geq 451) = P(495 - y \geq 451) = P(y \leq 44) =$
 $= P(z \leq -2.06) = 1 - F(2.06) = 1 - 0.9803 = 0.0197 \Rightarrow$ no 1.97% dos voos algún pasaxeiro queda sen praza

▪ **Exercicio [IX.4]** *A vida en horas de certos tubos electrónicos ten unha densidade $f(x)=0$ se $x < 200$, $f(x)=k \cdot \exp(-x^2/80,000)$ se $x \geq 200$ (Normal truncada). Un aparato contén 100 destes tubos e para o seu funcionamento ao menos 65 dos tubos deben estar activos. Calcular a probabilidade de que o aparato funcione despois de 250 horas de servizo.*

Perguntan: $P(\text{un aparato funcione despois de 250 horas})$
 antes debemos calcular $P(\text{un tubo funcione despois de 250 horas})$

Se $f(x)$ é a función de densidade correspondente a unha distribución é normal entón:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2 \right\}$$

Polo tanto $-x^2/80,000 = -1/2 \cdot ((x-\mu)/\sigma)^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow -x^2/80,000 = -((x-\mu)^2/2\sigma^2) \Rightarrow -x^2 2\sigma^2 = -80,000 \cdot [x^2 - 2x\mu + \mu^2] \Rightarrow$
 $\Rightarrow -x^2 2\sigma^2 = -80,000x^2 + 160,000x\mu - 80,000\mu^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2\sigma^2 = 80,000$ e $0 = 160,000x\mu - 80,000\mu^2 \Rightarrow \sigma = 200$ e $\mu = 0$

Entón $x = \text{"nº horas que funciona un tubo"} \in N(0, 200)$
 Normalizamos: $z = (x - \mu) / \sigma = x / 200 \in N(0, 1)$

$$\begin{aligned} \text{Daquela } P(\text{un tubo funcione despois de 250 horas}) &= P(x \geq 250 / x > 200) = \\ &= P(x \geq 250 \cap x > 200) / P(x > 200) = P(x \geq 250 \cap x > 200) / P(x > 200) = P(x \geq 250) / P(x > 200) = \\ &= P(x > 249.5) / P(x > 200) = \\ &= \frac{1 - P(z < 249.5/200)}{1 - P(x < 200/200)} = \frac{1 - F(1.2475)}{1 - F(1)} = \frac{1 - F(1.25)}{1 - F(1.00)} = \frac{1 - 0.8944}{1 - 0.8413} = 0.6654064 \end{aligned}$$

Agora que temos a probabilidade individual de funcionar un tubo despois de 250h, $p = 0.6654064$, procedemos a contar o "número de tubos que sobrepasan as 250h". Esta é unha variábel (y) de distribución binomial $B(n, p)$ porque contamos o número de individuos (tubos) que compren ou non unha característica (funcionar). Concretamente $y \in B(100, 0.6654064)$. Como temos que calcular $P(y \geq 250)$, non podemos aplicar $P(x = i)$, así que aproximamos pola normal:

Binomial $B(n, p)$
 $P(x = i) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$
discreta

$y \in B(n, p)$
 $n > 30$
 $npq > 5$

$(y - np) / \sqrt{npq}$
 $\in N(0, 1)$

↓
N en vez de B se

Normal $N(\mu, \sigma)$
 $\mu = np \quad \sigma^2 = npq$
contínua

$n = 100 > 30$
 $npq = 22.26 > 5$

$y = 66.54064$
 $\frac{y - 66.54064}{\sqrt{22.264072}} = (y - 66.54064) / 4.718482 = z \in N(0, 1)$

$P(\text{un aparato funcione despois de 250 horas}) = P(\text{nº tubos funcionando despois de 250 horas} \geq 65) = P(y \geq 65) = P(z > (64.5 - 66.54064) / 4.718482) = P(z > -0.432478) = P(z < 0.432478) = P(z < 0.43) = 0.6664^*$

*[se se redondea 66.54064 por 66.5 o resultado é 0.6628 en troques de 0.6664]

▪ Exercicio O tempo de execución dun programa nun sistema informático en condición de carregamento normal é unha variábel aleatoria de distribución expoñencial de media 0.5 min. Cando o sistema está sobrecarregado $\frac{3}{4}$ que acontece o 5% das veces $\frac{3}{4}$, dito tempo axústa-se a unha distribución tamén expoñencial pero de media de 10 min.

- a) Cal é a probabilidade de que o tempo de execución dure mais de 15 minutos?
- b) Calcular o tempo medio de execución do programa.
- c) Calcular a función de densidade xeral de x o tempo de execución.
- d) Se se observa que unha execución se prolongou entre 6 e 8 min., calcular a probabilidade de que corresponda a un período de sobrecarregamento do sistema.

a)

$$P(\text{carregamento ordinário})=P(O)=0.95$$

$$P(\text{carregamento extraordinário})=P(E)=0.05$$

é unha partición ($O \cap E = \emptyset; O \cup E = \Omega$)

daquela polo Teorema de Probabilidades Totais:

$$P(t > 15) = P(t > 15/O) \cdot P(O) + P(t > 15/E) \cdot P(E)$$

$$t/E \in \text{Exp}(10) \text{ con } \lambda = 1/\mu = 0.1$$

$$\Rightarrow P(t > 15/E) = 1 - F(15) = 1 - (1 - e^{-\lambda \cdot 15}) = 1 - (1 - e^{-0.1 \cdot 15}) = e^{-1.5}$$

$$t/O \in \text{Exp}(1) \text{ con } \lambda = 1/\mu = 1$$

$$\Rightarrow P(t > 15/O) = 1 - F(15) = 1 - (1 - e^{-\lambda \cdot 15}) = 1 - (1 - e^{-1 \cdot 15}) = e^{-15}$$

$$P(t > 15) = P(t > 15/O) \cdot P(O) + P(t > 15/E) \cdot P(E) \Leftrightarrow$$

$$P(t > 15) = e^{-15} \cdot 0.95 + e^{-1.5} \cdot 0.05 = 0.011$$

b)

$$E(t) = E(t/O) \cdot P(O) + E(t/E) \cdot P(E) = 10 \cdot 0.05 + 1 \cdot 0.95 = 1.45$$

c)

$$f(t) = f(t/O) \cdot P(O) + f(t/E) \cdot P(E) = (1 - 0.1 \cdot e^{-0.1 \cdot x}) \cdot 0.05 + (1 - 1 \cdot e^{-1 \cdot x}) \cdot 0.95$$

(a partir desta densidade tamén se pode resolver a) como $\int_{15}^{\infty} f(x) dx$)

d)

E="execución de programa dura entre 6 e 8 min."

S="sistema sobrecarregado"

N="sistema en situación normal"

$$P(S/E) = \frac{P(E/S) \cdot P(S)}{P(E/S) \cdot P(S) + P(E/N) \cdot P(N)} = \frac{P(E/S) \cdot 0.05}{P(E/S) \cdot 0.05 + P(E/N) \cdot 0.95}$$

$$P(E/S) = P(6 \leq x \leq 8/S) = \int_6^8 (0.1 \cdot e^{-0.1x}) dx = F(8) - F(6) = (1 - e^{-0.1 \cdot 8}) - (1 - e^{-0.1 \cdot 6}) =$$

$$= 0.099$$

$$P(E/N) = P(6 \leq x \leq 8/N) = \int_6^8 (1 \cdot e^{-x}) dx = F(8) - F(6) = (1 - e^{-8}) - (1 - e^{-6}) =$$

$$= 0.00214$$

$$P(S/E) = 0.7098$$

se entre 6 e 8 o mais probábel é que o sistema está sobrecarregado

▪ Exercicio Se $x \hat{I} N(m, s)$, cales son as probabilidades de que o valor de x se atope a unha, dúas e tres veces a desviación típica da média?